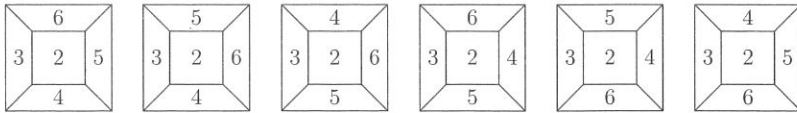


30. Ein Würfel soll bemalt werden, und zwar jede Seite mit genau einer von sechs verschiedenen Farben. Wie viele verschiedene Würfel können dabei entstehen? (Zwei Würfel sind verschieden, wenn sie nicht durch eine geeignete Drehung in Übereinstimmung gebracht werden können.)

- (A) 42 (B) 30 (C) 27 (D) 25 (E) 24

Lösung: Wir halten eine Würfelseite fest, sie sei mit der Farbe 1 bemalt. Dann kann die der festgehaltenen gegenüberliegende Würfelseite mit jeder der 5 anderen Farben angestrichen sein. Für die 4 restlichen Farben, die sich zwischen der mit Farbe 1 gestrichenen Grundseite und der Deckseite des Würfels befinden, gibt es nun jeweils genau 6 Möglichkeiten der Anordnung. Für Farbe 2 als die, die der mit der Farbe 1 gestrichenen Fläche gegenüberliegt, haben wir die 6 Möglichkeiten für die Farben 3, 4, 5 und 6 dargestellt – wir stellen uns vor, dass wir von oben auf den auf der Seite mit Farbe 1 stehenden Würfel blicken.



Damit ergeben sich insgesamt $6 \cdot 5 = 30$ verschieden gefärbte Würfel.

Für diejenigen, die mit Kombinatorik schon Erfahrungen gesammelt haben, geben wir noch eine zweite Lösungsidee: Die gesuchte Anzahl ergibt sich, wenn wir zunächst die Anzahl der Möglichkeiten, 6 Farben zu 6 Flächen zuzuordnen errechnen; das sind $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$. Nun sind aber alle die Möglichkeiten, einen gefärbten Würfel nur anders zu drehen, gleich mehrfach gezählt. Das sind $6 \cdot 4$ (6 für die Auswahl der Deckseite und 4 für die Auswahl der Vorderseite). Insgesamt ergeben sich dann $\frac{6!}{6 \cdot 4} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ Möglichkeiten.

In der folgenden Tabelle sind die Antwortbuchstaben für die Aufgaben aus den Klassenstufen 9 und 10 zusammengefasst:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antwort	D	C	E	B	C	B	E	D	E	B
Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Antwort	A	D	D	A	B	C	A	C	A	B
Aufgabe	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Antwort	A	D	E	C	D	E	B	D	E	B